

## PROBLEMI RISOLTI

### Problema 8.1

Due cariche elettriche puntiformi, rispettivamente di  $+4 \mu\text{C}$  e  $-3 \mu\text{C}$ , si attraggono nel vuoto con la forza di 120 N. Calcolate la loro distanza.

### Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$q_1 = +4 \mu\text{C}$ $q_2 = -3 \mu\text{C}$ $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ $F = 120 \text{ N}$	$r = 3 \text{ cm}$	$K = \text{costante dielettrica del vuoto}$

$$F = K \cdot q_1 \cdot q_2 / r^2$$

$$r = \sqrt{(K \cdot q_1 \cdot q_2 / F)} = \sqrt{(9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \text{ C} / 120 \text{ N})}$$

$$r = \sqrt{(9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3 \text{ cm}.$$

### Problema 8.2

Due sferette, elettricamente cariche di segno contrario poste nel vuoto alla distanza di 80 cm l'una dall'altra, si attraggono con la forza di 60 N. Se le avviciniamo, dimezzando la distanza, con quale forza si attraggono?

### Risoluzione

Dati	Incognite
$F_1 = 60 \text{ N}$ $r_1 = 80 \text{ cm}$ $r_2 = 40 \text{ cm}$	$F_2 = 240 \text{ N}$

$$F_2 / F_1 = (K \cdot q_1 \cdot q_2 / r_2^2) / (K \cdot q_1 \cdot q_2 / r_1^2) = r_1^2 / r_2^2$$

$$F_2 = F_1 \cdot r_1^2 / r_2^2 = 60 \text{ N} \cdot 80^2 \text{ cm}^2 / 40^2 \text{ cm}^2 = 240 \text{ N}.$$

**Problema 8.3**

Due cariche, rispettivamente di  $32 \mu\text{C}$  e di  $16 \mu\text{C}$ , si trovano nel vuoto alla distanza di  $2 \text{ m}$  l'una dall'altra. Tra di esse, sulla loro congiungente a  $1,2 \text{ m}$  dalla prima, si trova una terza carica, negativa, di  $-20 \mu\text{C}$ . Calcolate la forza elettrostatica che agisce su di essa.

**Risoluzione**

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$q_1 = 32 \mu\text{C}$ $q_2 = 16 \mu\text{C}$ $q_3 = -20 \mu\text{C}$ $r = 2 \text{ m}$ $r_1 = 1,2 \text{ m}$ $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$F = 0,5 \text{ N}$	$K =$ costante dielettrica del vuoto $F_1 =$ forza agente tra $q_1$ e $q_3$ $F_2 =$ forza agente tra $q_2$ e $q_3$ $F =$ forza risultante su $q_3$ $r_2 =$ distanza tra $q_2$ e $q_3$

$$r_2 = r - r_1 = 2 \text{ m} - 1,2 \text{ m} = 0,8 \text{ m}$$

$$F_1 = K \cdot q_1 \cdot q_3 / r_1^2 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot 32 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (-20 \cdot 10^{-6} \text{ C}) / (1,2 \text{ m})^2 = -4 \text{ N}$$

$$F_2 = K \cdot q_2 \cdot q_3 / r_2^2 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot 16 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (-20 \cdot 10^{-6} \text{ C}) / (0,8 \text{ m})^2 = 4,5 \text{ N}$$

$$F = F_1 + F_2 = -4 \text{ N} + 4,5 \text{ N} = 0,5 \text{ N}$$

**Problema 8.4**

Due sfere uguali, una con carica  $-10 \mu\text{C}$  e l'altra con carica  $+26 \mu\text{C}$ , sono poste a contatto. Quanto vale la carica di ciascuna sferetta, quando queste vengono nuovamente allontanate?

**Risoluzione**

Dati	Incognite
$Q_1 = -10 \mu\text{C}$ $Q_2 = +26 \mu\text{C}$	$Q = 8 \mu\text{C}$

Per il principio di conservazione della carica elettrica, quando le due sferette sono a contatto avranno una carica totale  $Q_t$  data dalla somma algebrica delle due cariche:

$$Q_t = Q_1 + Q_2 = -10 \mu\text{C} + 26 \mu\text{C} = +16 \mu\text{C}.$$

Quando poi vengono separate, essendo le sferette uguali, avranno la stessa carica, ossia la metà di quella totale:

$$Q = Q_t / 2 = +16 \mu\text{C} / 2 = 8 \mu\text{C}.$$

**Problema 8.5**

Una carica elettrica di  $10 \mu\text{C}$  viene spostata in un campo elettrico da un punto a potenziale  $1.500 \text{ V}$  ad un punto avente potenziale  $2.000 \text{ V}$ . Quanta energia è necessaria per compiere tale spostamento?

**Risoluzione****Dati**

$$\begin{aligned} Q &= 10 \mu\text{C} \\ V_1 &= 1.500 \text{ V} \\ V_2 &= 2.000 \text{ V} \end{aligned}$$

**Incognite**

$$J = 5 \text{ mJ}$$

**Costanti e variabili**

$\Delta V$  = differenza di potenziale  
 $\Delta U$  = differenza di energia pot.  
 $L$  = lavoro compiuto per spostare la carica

$$\Delta V = \Delta U / Q = L / Q$$

$$L = Q \cdot \Delta V = 10 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (2.000 - 1.500) \text{ V} = 10^{-5} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^2 \text{ V} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J} = 5 \text{ mJ}$$

**Problema 8.6**

La capacità di un condensatore piano è  $2 \mu\text{F}$  e la d.d.p. tra le sue armature è  $6.000 \text{ V}$ . Calcolate:

- l'energia di carica del condensatore;
- la carica accumulata.

**Risoluzione****Dati**

$$\begin{aligned} C &= 2 \mu\text{F} \\ \Delta V &= 6.000 \text{ V} \end{aligned}$$

**Incognite**

$$\begin{aligned} E &= 36 \text{ J} \\ Q &= 12 \text{ mC} \end{aligned}$$

$$C = Q / \Delta V$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \Delta V^2$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (6 \cdot 10^3 \text{ V})^2 = 36 \text{ J}$$

$$Q = C \cdot \Delta V = 6 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 12 \text{ mC}$$

**Problema 8.7**

Calcolate la carica di un condensatore avente capacità di 5 nF quando ai suoi capi è applicata la differenza di potenziale di 300 V.

A quanto ammonterebbe la differenza di potenziale se ogni armatura ricevesse una carica di 5  $\mu\text{C}$ ?

**Risoluzione****Dati**

$$\begin{aligned} C &= 5 \text{ nF} \\ V_1 &= 300 \text{ V} \\ Q_2 &= 5 \mu\text{C} \end{aligned}$$

**Incognite**

$$\begin{aligned} Q_1 &= 1,5 \mu\text{C} \\ V_2 &= 1.000 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= V_1 \cdot C = 300 \text{ V} \cdot 5 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 15 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 1,5 \mu\text{C} \\ V_2 &= Q_2 / C = 5 \mu\text{C} / 5 \text{ nF} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C} / 5 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 1 \cdot 10^3 \text{ V} = 1.000 \text{ V} \end{aligned}$$

**Problema 8.8**

Un condensatore avente la capacità di 10  $\mu\text{F}$  viene caricato fino a che si crea tra le sue armature una differenza di potenziale di 600 V.

Calcolate:

- la carica esistente sul condensatore;
- l'energia spesa per caricarlo.

**Risoluzione****Dati**

$$\begin{aligned} V &= 600 \text{ V} \\ C &= 10 \mu\text{F} \end{aligned}$$

**Incognite**

$$\begin{aligned} Q &= 6 \text{ mC} \\ E &= 1,8 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= V \cdot C = 600 \text{ V} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 6 \text{ mC} \\ E &= \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot 600 \text{ V} = 1,8 \text{ J} \end{aligned}$$

**Problema 8.9**

Quattro condensatori aventi capacità rispettivamente da 3 pF, 5 pF, 6 pF, 10 pF sono collegati in serie.

Disegnate il circuito e calcolate:

- la capacità complessiva;
- quale sarebbe la capacità complessiva se i condensatori fossero tra loro collegati in parallelo.

**Risoluzione****Dati**

$$\begin{aligned} C_1 &= 3 \text{ pF} \\ C_2 &= 5 \text{ pF} \\ C_3 &= 6 \text{ pF} \\ C_4 &= 10 \text{ pF} \end{aligned}$$

**Incognite**

$$\begin{aligned} C_s &= 1,25 \text{ pF} \\ C_p &= 24 \text{ pF} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{In serie: } 1/C_s &= 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + 1/C_4 = (1/3 + 1/5 + 1/6 + 1/10) \text{ pF}^{-1} = \\ &= (10 + 6 + 5 + 3)/30 \text{ pF}^{-1} = 24/30 \text{ pF}^{-1} \end{aligned}$$

$$C_s = 30/24 \text{ pF} = 1,25 \text{ pF}$$

$$\text{In parallelo: } C_p = (3 + 5 + 6 + 10) \text{ pF} = 24 \text{ pF}$$

**Problema 8.10**

Una sfera metallica, con raggio 5 cm, si trova isolata nell'aria e viene messa a contatto con il polo positivo di un generatore che ha un potenziale di 500 volt.

Calcolate:

- la quantità di carica ricevuta dalla sferetta;
- il potenziale da questa assunto quando viene staccata dal generatore;
- la sua capacità.

**Risoluzione****Dati**

$$\begin{aligned} R &= 5 \text{ cm} \\ V_g &= 500 \text{ V} \\ K &= 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \end{aligned}$$

**Incognite**

$$\begin{aligned} Q &= 2,8 \text{ nC} \\ V &= 500 \text{ V} \end{aligned}$$

**Costanti e variabili**

$K$  = costante dielettrica del vuoto  
 $C$  = capacità elettrica della sfera

$$C = R / K = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} / 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) = 0,55 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 5,55 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 5,6 \text{ pF}$$

$$Q = C \cdot V = 5,55 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot 500 \text{ V} = 27,75 \cdot 10^{-10} \text{ C} = 2,8 \text{ nC}$$

$$V = V_g = 500 \text{ V (perchè due conduttori a contatto assumono lo stesso potenziale).}$$