

PROBLEMI RISOLTI

Problema 3.1

Quanto vale la forza di attrazione tra due masse rispettivamente di 2 e 4 kg poste a mezzo metro l'una dall'altra?

Risoluzione

Dati

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \text{ kg} \\ m_2 &= 4 \text{ kg} \\ d &= 0,5 \text{ m} \\ G &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \end{aligned}$$

Incognite

$$F = 2,13 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

Costanti e variabili

G = costante di gravitazione universale

$$F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / d^2 = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2) \cdot 2 \text{ kg} \cdot 4 \text{ kg} / (0,5 \text{ m})^2 = 2,13 \cdot 10^{-9} \text{ N}$$

Problema 3.2

Calcolate il valore teorico dell'accelerazione di gravità g in un punto distante 10.000 Km dal centro della terra.

Risoluzione

Dati

$$\begin{aligned} d &= 10.000 \text{ km} = 10^7 \text{ m} \\ m_T &= 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \\ G &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \end{aligned}$$

Incognite

$$g = 3,98 \text{ m/s}^2$$

Costanti e variabili

m_T = massa della Terra
 G = costante gravitazionale universale.

$$\begin{aligned} g &= G \cdot m_T / d^2 \\ g &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} / (10^7 \text{ m})^2 = 3,98 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Problema 3.3

La Terra ha un raggio medio di circa 6,400 km. Che raggio dovrebbe avere, mantenendo costante la sua massa per avere, l'accelerazione di gravità uguale a quella sulla superficie lunare ($1,6 \text{ m/s}^2$)?

Risoluzione

Dati

$$r_T = 6,400 \text{ km}$$

$$g_L = 1,6 \text{ m/s}^2$$

Incognite

$$r = 15.700 \text{ km}$$

Costanti e variabili

G = costante gravitazionale universale
 m_T = massa della Terra

$$g = G \cdot m_T / r_T^2$$

$$g_L = G \cdot m_T / r^2$$

$$g / g_L = r^2 / r_T^2$$

$$r^2 = r_T^2 \cdot g / g_L$$

$$r = r_T \cdot \sqrt{g / g_L} = 6.400 \text{ km} \cdot \sqrt{(9,8 \text{ m/s}^2 / 1,6 \text{ m/s}^2)} = 6.400 \text{ km} \cdot \sqrt{6} = 6.400 \text{ km} \cdot 2,45 = 15.700 \text{ km}$$

Problema 3.4

Una molla elicoidale, lunga 10 cm, ha una costante elastica di 25 N/m. Di quanto si allunga se viene tirata con una forza di 0,5 N? Quale sarebbe la lunghezza totale, se alla molla venisse appesa una massa di 200 g?

Risoluzione

Dati

$$K = 25 \text{ N/m}$$

$$F = 0,5 \text{ N}$$

$$m = 200 \text{ g}$$

$$l_1 = 10 \text{ cm}$$

Incognite

$$\Delta l_1 = 2 \text{ cm}$$

$$l_2 = 17,8 \text{ cm}$$

Costanti e variabili

F_p = forza peso
 g = acc. di grav. sulla superf. terrestre

$$\Delta l_1 = F / K = 0,5 \text{ N} / 25 \text{ N/m} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$F_p = m \cdot g = 200 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,96 \text{ N}$$

$$\Delta l_2 = F_p / K = 1,96 \text{ N} / 25 \text{ N/m} = 0,0784 \text{ m} = 7,8 \text{ cm}$$

$$l_2 = l_1 + \Delta l_2 = 10 \text{ cm} + 7,8 \text{ cm} = 17,8 \text{ cm}$$

Problema 3.5

Due molle A e B, a riposo, sono entrambe lunghe 12 cm. Appendendo a ciascuna di esse lo stesso oggetto, la prima si allunga fino a 18 cm, la seconda fino a 24 cm.

Che relazione c'è tra le costanti elastiche delle due molle?

Risoluzione**Dati**

$$\begin{aligned}l_0 &= 12 \text{ cm} \\l_1 &= 18 \text{ cm} \\l_2 &= 24 \text{ cm}\end{aligned}$$

Incognite

$$K_1 = 2 \cdot K_2$$

$$\Delta l_1 = l_1 - l_0 = 18 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$\Delta l_2 = l_2 - l_0 = 24 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$K_1 = F / \Delta l_1$$

$$K_2 = F / \Delta l_2$$

$$K_1 / K_2 = (F / \Delta l_1) / (F / \Delta l_2) = \Delta l_2 / \Delta l_1 = 12 \text{ cm} / 6 \text{ cm} = 2$$

$$K_1 = 2 \cdot K_2$$

Problema 3.6

Una molla si allunga di 5 cm da un peso di 0,6 N.

- Di quanto si allunga quando è sollecitata da una forza di 3 N ?
- Che valore ha la sua costante elastica ?

Risoluzione**Dati**

$$\begin{aligned}\Delta l_1 &= 5 \text{ cm} \\F_1 &= 0,6 \text{ N} \\F_2 &= 3 \text{ N}\end{aligned}$$

Incognite

$$\begin{aligned}\Delta l_2 &= 25 \text{ cm} \\K &= 12 \text{ N/m}\end{aligned}$$

$$K = F_1 / \Delta l_1 = 0,6 \text{ N} / 0,05 \text{ m} = 12 \text{ N/m}$$

$$\Delta l_2 = F_2 / K = 3 \text{ N} / 12 \text{ N/m} = 0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

Problema 3.7

Qual è la forza di attrazione gravitazionale tra due masse sferiche di 100 kg ciascuna, i cui centri distano 2 metri ?

Risoluzione

Dati

$$\begin{aligned} m_1 &= 100 \text{ kg} \\ m_2 &= 100 \text{ kg} \\ d &= 2 \text{ m} \\ G &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \end{aligned}$$

Incognite

$$F = 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

Costanti e variabili

G = costante gravitazionale universale

$$\begin{aligned} F &= G \cdot m_1 \cdot m_2 / d^2 \\ F &= 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ (N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2) \cdot (100 \text{ kg})^2 / (2 \text{ m})^2 = 1,67 \cdot 10^{-7} \text{ N} \end{aligned}$$

Problema 3.8

Una molla lunga 10 cm, con costante di elasticità K = 20 N/m, viene tirata con la forza di 2,4 N. Qual è la sua lunghezza finale?

Risoluzione

Dati

$$\begin{aligned} l_1 &= 10 \text{ cm} \\ K &= 20 \text{ N/m} \\ F &= 2,4 \text{ N} \end{aligned}$$

Incognite

$$l_2 = 22 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \Delta l &= F / K \\ \Delta l &= 2,4 \text{ N} / (20 \text{ N/m}) = 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm} \\ l_2 &= l_1 + \Delta l = 10 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 22 \text{ cm} \end{aligned}$$

Problema 3.9

Un dinamometro ha la corsa tarata di 12 cm e la sua portata (che corrisponde al massimo allungamento) è di 1 N .

Calcolate la costante elastica della molla.

Risoluzione**Dati**

$$\Delta l = 12 \text{ cm}$$

$$F = 1 \text{ N}$$

Incognite

$$K = 8,33 \text{ N/m}$$

$$K = F / \Delta l = 1 \text{ N} / 0,12 \text{ m} = 8,33 \text{ N/m}.$$

Problema 3.10

Il gancio di un dinamometro si abbassa di 5 cm sotto un peso di 40 N.

Di quanto si abbassa con un peso di 12 N?

Risoluzione**Dati**

$$\Delta l_1 = 5 \text{ cm}$$

$$F_1 = 40 \text{ N}$$

$$F_2 = 12 \text{ N}$$

Incognite

$$\Delta l_2 = 1,5 \text{ cm}$$

$$K = F_1 / \Delta l_1 = F_2 / \Delta l_2$$

$$\Delta l_2 = F_2 \cdot \Delta l_1 / F_1 = 12 \text{ N} \cdot 5 \text{ cm} / 40 \text{ N} = 1,5 \text{ cm}$$